УДК 622.245.3

Комплексный анализ устойчивости ствола скважины с использованием упругих и поротермоупругих моделей

Comprehensive wellbore stability analysis using elastic and porothermoelastic models

A. Garavand¹, V.M. Podgornov¹, Yu.L. Rebetsky², M.F. Ghasemi², A.L. Shaybakov³ ¹Gubkin Russian State University of Oil and Gas ²Institute of Physics of the Earth of the Russian Academy of Science ³Soyuzneftegazservice (SNGS)

E-mail: garavand.aboozar@gmail.com

Keywords: porothermoelastic model, Wellbore instability, Mogi-Coulomb criterion, safe drilling

Problems associated with the instability of the wellbore annually cost the oil and gas industry billions of dollars around the world. However, the application of geomechanical models can significantly reduce these costs. Geomechanical models can be built based on mechanical constitutive laws (elastic, poroelastic, elastoplastic and etc.) and failure criterion of material (Mohr - Coulomb, Mogi - Coulomb and etc.). Selection of an appropriate failure criterion is crucial in wellbore stability analysis. The Mogi – Coulomb criterion is applied in this work to calculate shear failure. The objective of this paper is to investigate the pore pressure and temperature effects on elastic deformations and resultant mechanical instabilities in the near wellbore zone. The results are compared with the case wherein the pore pressure and temperature effects are ignored. Accordingly, minimum required rock strength for safe drilling and stable well trajectory are estimated. It is shown that the coupled porothermoelastic model better cover the physics of mechanical wellbore instability problems and neglecting heating and cooling effects might cause to fallacious results. To verify our results, the proposed approach is applied to analyze the stability of a vertical wellbore drilled in an oil field in Siberia, Russia.

лавная причина неустойчивости ствола скважины связана с неправильно выбранной плотностью бурового раствора *MW* и профилем скважины. Слишком малая *MW* может привести к сдвиговому разрушению, слишком большая – к разрушению при растяжении вокруг ствола скважины.

Состояние напряжений in-situ (природное напряженное состояние) является важным параметром разработки пласта-коллектора. Обычно оно определяется с помощью ряда методов [1]. Вертикальное напряжение σ_v можно определить с помощью измерений плотности породы, а минимальное горизонтальное напряжение $\sigma_h - c$ помощью теста на приемистость или гидравлического разрыва пласта (ГРП). Однако нет прямого способа, позволяющего точно определить максимальноге горизонтальное напряжение оди и прочность горных пород in-situ. Поскольку возникновение обрушения в скважине зависит от природного напряженного состояния и прочности горной породы в массиве, а его местоположение определяется концентрацией напряжений вокруг ствола скважины, возможно исполь-

А. Гараванд¹,
В.М. Подгорнов¹, д.т.н,
Ю.Л. Ребецкий², д.ф.-м.н.,
М.Ф. Гасеми²,
А.Л. Шайбаков³

 ¹РГУ нефти и газа имени И.М. Губкина
 ²Институт физики Земли им. О.Ю. Шмидта РАН
 ³ООО НПО «Союзнефтегазсервис»

Адрес для связи: garavand.aboozar@gmail.com

Ключевые слова: поротермоупругая модель, неустойчивость ствола скважины, критерий Моги – Кулона, безопасное бурение

DOI: 10.24887/0028-2448-2018-8-14-18

зовать анализ места обрушений для оценки прочности породы in-situ. Кроме того, в работе [2] разработан аналитический метод определения направления напряжений in-situ по данным имиджей стенки ствола скважины, однако он требует знания величины природного напряжения. В работе [3] предложен метод численной инверсии для оценки природного напряженного состояния в соответствии с данными обрушений в наклонно направленных скважинах.

Большинство анализов устойчивости ствола скважины и решение обратной задачи устойчивости скважины используют упругое решение. Упругая модель не включает связанные термические и поромеханические процессы, которые играют важную роль в устойчивости скважин в геотермальных пластах или высокотемпературных нефтегазоносных отложениях. Когда горные породы нагреваются или охлаждаются, твердое вещество и флюид в порах измененяются в объеме. Объемное расширение может привести к значительному повышению давления в порах в зависимости от тепловых и гидравлических свойств жидкости, а также свойств скелета горной породы. Например, при бурении скважин в высоконапорных и высокотемпературных (*HPHT*) залежах возникает сильная

14

связь между тепловыми и поромеханическими эффектами, которые могут значительно повлиять на распределение напряжений порового давления вокруг ствола скважины и привести к его обрушению и возникновению трещин.

Сначала рассмотрим упругую модель устойчивости ствола скважины в сочетании с трехосным критерием устойчивости и проанализируем взаимосвязь между безопасной величиной *MW* и траекторией ствола скважины при трех основных режимах напряженного состояния: горизонтальном растяжении (трещины сбросового типа *NF*); горизонтальном сдвиге (трещины – сдвиги по простиранию *SSF*); горизонтальном сжатии (трещины взбросового типа *RF*). Сравним упругую и поротермоупругую модели, оценим влияние поротермоупругого воздействия на устойчивость ствола скважины, концентрацию напряжений вокруг него и минимальную требуемую прочность горной породы для безопасного бурения.

Рассматриваемая задача быстрее решается с применением численных методов на суперкомпьютерных аппаратно-программных комплексах, разрабатываемых в рамках научно-технической программы Союзного государства «Исследования и разработка высокопроизводительных информационно-вычислительных технологий для увеличения и эффективного использования ресурсного потенциала углеводородного сырья Союзного государства» («СКИФ-НЕДРА»).

Расчет напряжений сдвига и растяжения, при которых происходит разрушение ствола скважины

А.М. Аль-Аджми и Р.В. Циммерман [4, 5] разработали критерий прочности Моги – Кулона (МГ-К) и показали, что он достаточно точен при моделировании данных трехосного нагружения для различных пород. Кроме того, для применения данного критерия необходимы только два параметра прочности: когезия и угол внутреннего трения, которые удобно получать в промысловых условиях. В связи с этим критерий МГ-К использовался также для определения разрушения при напряжении сдвига. Однако можно применять другие критерии, такие как Мора – Кулона, Друкера – Прагера и др. [6].

В анализе устойчивости ствола скважины безопасный параметр *MW* определяется для предупреждения разрушений вокруг ствола при сдвиге и растяжении. Разрушение при сдвиге рассчитывается при условии $\theta = \theta_{max}$ ($\theta -$ полярный угол, отсчитываемый от оси σ_H ; $\theta_{max} -$ максимальный полярный угол) вокруг ствола скважины, разрушение при растяжении – при условии $\theta = \theta_{max} + \pi/2$. В некоторых случаях безопасное значение параметра *MW* слишком велико, чтобы сдержать разрушение при сдвиге и растяжении стенок ствола скважины. Чтобы решить указанную проблему, модель, описывающая ширину обвала, может быть интегрирована в обычную модель для прогнозирования безопасного параметра *MW*, что позволяет допустить наличие зоны «безопасного» обвала [7, 8].

Для трех основных режимов нагружения рассчитаем минимальную необходимую эквивалентную циркуля-

Таблица 1

σ _ν , МПа/м	о _н , МПа/м	о _ћ , МПа/м							
0,023	0,0211	0,0192							
0,0211	0,0235	0,0192							
0,0192	0,0235	0,0211							
	σ _ν , МПа/м 0,023 0,0211 0,0192	оу, МПа/м он, МПа/м 0,023 0,0211 0,0211 0,0235 0,0192 0,0235							

Примечание. При всех режимах азимут о_b=60°.

ционную плотность бурового раствора с учетом напряжений, приведенных в табл. 1, который предотвратит обрушение стенки скважины от скалывающих напряжений и трещин растяжения. Оценим влияние траектории скважины на рассчитываемые параметры. Как показано на рис. 1, оптимальная траектория скважины для различных режимов нагружения разная. Для режима горизонтального растяжения (сбросы) наиболее устойчивое направление бурения совпадает с простиранием минимального горизонтального сжимающего напряжения при зенитном угле до 45°, максимальное горизонтальное напряжение соответствует зенитному углу, равному 60° на заданной глубине. Для сдвигового режима стабильное направление бурения отклоняется на 30° от направления максимального горизонтального напряжения, зенитный угол близок к 90°.

Аналогично можно определить траекторию скважины, наиболее «устойчивую» к разрушению при растяжении для различных режимов нагружения (см. рис. 1, δ). С учетом истории бурения и решаемых проблем (обрушение стенок скважины или потери циркуляции бурового раствора) можно выбрать приоритетный вариант траектории скважины. В зоне потери циркуляции лучше принять наиболее «устойчивую» траекторию скважины к разрушению при растяжении (см. рис. 1). Далее сравним упругую модель с поротермоупругой.

Теория поротермоупругости и ее применение при анализе устойчивости ствола скважины

В процессе теплового воздействия на пласт при разработке нефтегазовой и геотермальной залежей изменения температуры влияют на объемы твердой матрицы и пластового флюида, нарушая равновесие напряжений и порового давления. Общие управляющие уравнения этих условий включают уравнения равновесия поля смещения u_i , закон диффузии жидкости и закон теплопроводности Фурье, объединенные для того, чтобы описать связанные эффект сдвига, поровое давление и температуру *T*. Равновесное уравнение может быть представлено в виде

$$G\nabla^2 u_i + \frac{Gu_{k,ki}}{1 - 2\nu} = \alpha p_{,i} + \frac{2G(1 + \nu)}{3(1 - 2\nu)} \alpha_m T_{,i}, \qquad (1)$$

где $G, p, v, \alpha_m, \alpha$ – соответственно модуль сдвига, поровое давление, коэффициент Пуассона, коэффициент теплового расширения и коэффициент Био.

Модификация точного аналитического решения Carlaw для связанной проблемы диффузии при расходе и температуре [9] дает следующие уравнения для динами-



Рис. 1. Круговые диаграммы необходимой для устойчивости (а) и максимально допустимой (б) эквивалентной циркуляционной плотности бурового раствора при различных режимах нагружения

ческого связанного давления, порового давления и температуры

$$T(r,t) = T_{R} + (T_{W} - T_{R}) \times \\ \times \left[1 - \frac{2}{\pi} \int_{0}^{\infty} \exp\left(-c_{0}\xi^{2}t\right) \frac{J_{0}\left(\xi a\right)Y_{0}\left(\xi r\right) - Y_{0}\left(\xi a\right)J_{0}\left(\xi r\right)}{J_{0}^{2}\left(\xi a\right) + Y_{0}^{2}\left(\xi a\right)} \frac{d\xi}{\xi}}{\xi} \right], (2)$$

$$p(r,t) = p_{R} + \left(p_{W} - p_{R} - \frac{c'(T_{W} - T_{R})}{1 - \frac{c'}{c_{0}}} \right) \times \\ \times \left[1 - \frac{2}{\pi} \int_{0}^{\infty} \exp\left(-c_{0}\xi^{2}t\right) \frac{J_{0}\left(\xi a\right)Y_{0}\left(\xi r\right) - Y_{0}\left(\xi a\right)J_{0}\left(\xi r\right)}{J_{0}^{2}\left(\xi a\right) + Y_{0}^{2}\left(\xi a\right)} \frac{d\xi}{\xi}}{\xi} \right] + \\ \frac{c'(T_{W} - T_{R})}{1 - \frac{c'_{c_{0}}}{c_{0}}} \times \\ \times \left[1 - \frac{2}{\pi} \int_{0}^{\infty} \exp\left(-c_{0}\xi^{2}t\right) \frac{J_{0}\left(\xi a\right)Y_{0}\left(\xi r\right) - Y_{0}\left(\xi a\right)J_{0}\left(\xi r\right)}{J_{0}^{2}\left(\xi a\right) + Y_{0}^{2}\left(\xi a\right)} \frac{d\xi}{\xi}}{\xi} \right], (3)$$

где r – радиус исследования; p_R , T_R – соответственно давление и температура в пласте (резервуаре); p_w , T_w – соответственно давление и температура в стволе сква-

жины; t– время; a– радиус скважины; c_0 – коэффициент термодиффузии; $c,\,c'$ – коэффициенты диффузии жидкости; $J_0,\,Y_0$ – функция Бесселя нулевого порядка соответственно первого и второго рода.

Результирующие радиальное и тангенциальное напряжения, обусловленные эффектом температуры и порового давления, определяются по уравнениям [10]

$$\begin{split} \sigma_{rr}^{pT} &= \frac{3(v_u - v)}{B(1 + v_u)(1 - v)} \times \\ &\times \frac{1}{r^2} \int_a^r p(\zeta, t) \zeta d\zeta + \frac{2G(1 + v)\alpha_m}{3(1 - v)} \frac{1}{r^2} \int_a^r T(\zeta, t) d\zeta + p_w \frac{a^2}{r^2}, \\ \sigma_{\theta\theta}^{pT} &= \frac{3(v_u - v)}{B(1 + v_u)(1 - v)} \bigg[p(r, t) - \frac{1}{r^2} \int_a^r p(\zeta, t) \zeta dt \bigg] + \\ &+ \frac{2G(1 + v)\alpha_m}{3(1 - v)} \bigg[T(r, t) - \frac{1}{r^2} \int_a^r T(\zeta, t) \zeta dt \bigg] - p_w \frac{a^2}{r^2}, \end{split}$$
(4)

где В – коэффициент Скемптона.

Исходя из вышеприведенных предположений, в упругое аналитическое решение можно добавить напряжение, обусловленное поровым давлением [11], для имитации связанного поротермоупругого поведения ствола скважины

$$\sigma_{rr}^{total}(r,t,\theta) = \sigma_{rr}^{E}(r,\theta) + \sigma_{rr}^{pT}(r,t),$$

$$\sigma_{\theta\theta}^{total}(r,t,\theta) = \sigma_{\theta\theta}^{E}(r,\theta) + \sigma_{\theta\theta}^{pT}(r,t).$$
(5)

Упругое решение для концентрации напряжений вокруг ствола скважины, известное как решение Кирша [12], не может объяснить изменение напряжения и порового давления. Зависящее от времени решение пороупругой задачи [13] необходимо для объяснения некоторых временных явлений, таких как постепенное смыкание трещин в направлении максимального сжимающего напряжения и отложенное обрушение стенки скважины в упругом режиме.

Решение поротермоупругой задачи необходимо для включения термически индуцированных напряжений и порового давления, определяемых по уравнениям (2–5). Чтобы показать влияние этих двух факторов, рассмотрим проблему устойчивости ствола скважины в пластах глины и песчаника с параметрами, приведенными в табл. 2 [10, 14] и табл. 3 [5]. Параметры взаимодействия в табл. 2 являются приблизительной оценкой для данного примера.

Таблица 2

Параметры	Глина	Песчаник
с', МПа/°С	0,168	0,4
с, м ² /с	6·10 ⁻⁸	2,07·10 ⁻²
С ₀ , м ² /С	5, 1·10 ⁻⁶	1,63·10 ⁻⁶

Таблица 3

Номер задачи	Когезия, МПа	φ, гραΑус	>	Глубина, м	σ _ν , ΜΠα/Μ	σ _н , МПα/м	σ _h , МПа/м	р ₀ , МПа/м
1 (глина)	6	31,3	0,33	2072,64	0,0207	0,0207	0,0186	0,0095
2 (песча- ник)	5,5	34.6	0,27	1828,8	0,0186	0,0176	0,0166	0,0093

Как видно из рис. 2, при исследовании изменения индуцированного порового давления в глинистом пласте вокруг ствола скважины (при охлаждении пласта за счет его взаимодействия с буровым раствором) в разные моменты времени установлено, что значительное снижение давления создается вблизи ствола скважины в самом начале отсчета времени. С его увеличением максимум порового давления уменьшается и удаляется от скважины. Величина этого давления зависит от коэффициента



Рис. 2. Поровое давление, вызванное охлаждением, вокруг ствола скважины в пласте глины



Рис. 3. Изменение необходимой величины когезии для сохранения устойчивости стенки скважины при разном соотношении забойного и пластового давлений в пласте песчаника (а) и глины (б) (сплошные линии – результаты получены по теории упругости, штрих-пунктирные линии – по теории поротермоупругости)

диффузии и термогидравлического параметра породы (для сланца $c = 6,0\cdot10^{-8} \text{ м}^2/\text{с}$ и c' = 0,168 МПа/°C). Для пласта песчаника индуцированное поровое давление намного ниже. Поскольку песчаник имеет более высокую диффузионную способность по сравнению с глиной, термически индуцированное давление флюида быстрее рассеивается в песчанике, что приводит к более низкому значению порового давления.

На рис. 3 показано влияние изменения забойного давления на условия стабильности стенки скважины и определение минимально необходимого значения когезии для поддержания устойчивости ствола скважины.

На рис. 3, *а* отражены три варианта соотношения забойного и пластового давлений: 1) режим равновесия $\Delta p = 0$; 2) режим репрессии $\Delta p = -2$ МПа; 3) режим депрессии $\Delta p = 2$ МПа. Применение теории поротермоупругости позволяет учесть влияние давления и температуры, что приводит к наиболее достоверным результатам. Разница в результатах увеличивается с переходом от режима депрессии к режиму репрессии. Применение теории поротермоупругости позволяет учесть изменения во времени механических свойств и напряженно-деформированного состояния среды в зоне проникновения бурового раствора.

На рис. 3, *а* приведены изменения необходимого значения величины прочности (когезии) в пласте песчаника со временем для сохранения устойчивости ствола скважины. Упругое решение показывает, что ствол скважины неустойчив при условии бурения на равновесии, но поротермоупругое решение показывает, что требуется определенное время для восстановления устойчивого состояния, поскольку буровой раствор охлаждает стенку ствола скважины.

Упругое решение для глинистого пласта (см. рис. 3, δ) показывает, что ствол скважины будет неустойчивым при депрессии 2 МПа, но поротермоупругое решение отражает тот факт, что порода вокруг стенки скважины с самого начала находится в устойчивом состоянии, которое с течением времени становится более стабильным.

В работе [11] также показано, что давления гидроразрыва пласта и обрушения, рассчитанные по представленному в данной статье динамическому уравнению, совпадают с полученными по известному упрощенному методу оценки температурных напряжений.

Выводы

1. Наиболее устойчивым является направление бурения для сброса по линии минимального горизонтального напряжения, так как оно соответствует максимальному горизонтальному напряжению в сдвиговом и взбросовом режимах напряжений. Упругая модель не может фиксировать связь между жидкостью, тепловой диффузией и деформацией горных пород, что важно при бурении скважин в геотермальных залежах, где не исключена сильная связь между тепловыми и поромеханическими эффектами, приводящими к значительному перераспределению напряжений и порового давления вокруг ствола скважины.

2. Нагрев горных пород увеличивает поровое давление и вызывает сжимающие тангенциальные и радиальные напряжения, охлаждение пород снижает поровое давление и приводит к появлению растягивающих тангенциальных и радиальных напряжений. Относительная величина этих напряжений и порового давления зависят от механических характеристик горной породы. Поротермомеханические эффекты влияют как на режим разрушения, так и на потенциал его развития. Охлаждение способствует предотвращению разрушения при сжатии, нагрев – усилению разрушения при сжатии и может вызвать разрушение при растяжении вследствие значительного повышения порового давления.

3. Когда температура бурового раствора ниже, чем температура пласта, применение упругой модели вызывает необходимость переоценки прочности горных пород. Если пласт нагревается, то необходимая прочность горных пород должна быть больше, чем прогнозируемая методом упругого анализа. Прочность горных пород может быть неправильно оценена, если повышение температуры не учитывается.

4. Дополнительный анализ прочности стенок скважины с учетом влияния глинистой корки необходим для определения всех поротермоупругих эффектов, влияющих на разрушение ствола скважины, обрушение его стенок. Рассмотрение механической и термической анизотропии целесообразно при анализе обрушений для определения напряженности и прочности горных пород и может улучшить понимание фундаментальных механизмов разрушения горных пород вокруг ствола скважины.

Авторы выражают благодарность специалистам российской сервисной нефтегазовой компании ООО НПО «СНГС» за поддержку в ходе выполнения исследований.

Список литературы

1. Zoback M.D. Reservoir Geomechanics. – Cambridge: Cambridge University Press, 2007.

2. Etchecopar A., Vasseur G., Daignieres M. An inverse problem in microtectonics for the determination of stress tensors from fault striation analysis // Journal of Structural Geology. – 1981. V. 3 (1). – P. 51–65.

3. *Qian W., Pedersen L.B.* Inversion of borehole breakout orientation data // Journal of Geophysical Research: Solid Earth. -1991. - V. 96 (B12). - P. 20093-20107.

4. Al-Ajmi A.M., Zimmerman R.W. Relation between the Mogi and the Coulomb failure criteria // International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences. – 2005. – V. 42 (3). – P. 431–439.

5. Zimmerman R.W., Al-Ajmi A.M. Stability Analysis of Deviated Boreholes using the Mogi-Coulomb Failure Criterion, with Applications to some North Sea and Indonesian Reservoirs // SPE 104035-MS. – 2006.

6. Гараванд А., Ребецкий Ю.Л. Методы геомеханики и тектонофизики при решении проблем устойчивости нефтяных скважин в процессе бурения. Геофизические исследования. – 2018. – V. 19 (1): – С. 55–76.

7. Well bore breakouts and in situ stress / M.D. Zoback, D. Moos, L. Mastin, R.N. Anderson // Journal of Geophysical Research: Solid Earth. – 1985. – V. 90(B7). – 5523–5530.

 Influence of borehole diameter on the formation of borehole breakouts in black shale // T. Meier, E. Rybacki, A. Reinicke, G. Dresen International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences. – 2013. – V. 62. – P. 74–85.
 Carslaw H.S., Jaeger J.C. Conduction of Heat in Solid. – Oxford; Clarendon Press, 1959.

10. Wang Y., Papamichos E. Conductive heat flow and thermally induced fluid flow around a well bore in a poroelastic medium // Water Resources Research. – 1994. – V. 30 (12). – P. 3375–3384.

Coupled Thermo-Poro-Elastic modeling of near wellbore zone with stress dependent porous material properties /M.F. Ghasemi (et al.) // Journal of Natural Gas Science and Engineering. – 2018. – V. 52. – P. 559–574.
 Kirsch E.G. Die Theorie der Elastizit t und die Bed rinisse der Festigkeits lehre. Zeitschrift des Vereines deutscher Ingenieure. – 1898. – V. – P. 797–807.
 Detournay E., Cheng AHD. Poroelastic response of a borehole in a nonhydrostatic stress field. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts. – 1988. – V. 25 (3). – P. 171–182.
 Tao Q., Ghassemi A. Poro-thermoelastic borehole stress analysis for determination of the in situ stress and rock strength. Geothermics. – 2010. – N[®] 39(3). – P. 250–259.

References

1. Zoback M.D., *Reservoir geomechanics*, Cambridge: Cambridge University Press, 2007.

2. Etchecopar A., Vasseur G., Daignieres M., An inverse problem in microtectonics for the determination of stress tensors from fault striation analysis, Journal of Structural Geology, 1981, V. 3 (1), pp. 51–65.

3. Qian W., Pedersen L.B., *Inversion of borehole breakout orientation data*, Journal of Geophysical Research: Solid Earth, 1991, V. 96 (B12), pp. 20093–20107.

4. Al-Ajmi A.M., Zimmerman R.W., *Relation between the Mogi and the Coulomb failure criteria*, International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 2005, V. 42 (3), pp. 431–439.

5. Zimmerman R.W., Al-Ajmi A.M., Stability analysis of deviated boreholes using the Mogi-Coulomb failure criterion, with applications to some North Sea and Indonesian reservoirs, SPE 104035-MS, 2006.

 Garavand A., Rebetskiy Yu.L., Methods of geomechanics and tectonophysics in solving the problems of stability of oil wells during drilling (In Russ.), Geofizicheskie issledovaniya = Geophysical Research, 2018, V. 19 (1), pp. 55–76.

7. Zoback M.D., Moos D., Mastin L., Anderson R.N., *Well bore breakouts and in situ stress*, Journal of Geophysical Research: Solid Earth, 1985, V. 90(B7), pp. 5523–5530.

8. Meier T., Rybacki E., Reinicke A., Dresen G., Influence of borehole diameter on the formation of borehole breakouts in black shale, International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 2013, V. 62, pp. 74–85.

9. Carslaw H.S., Jaeger J.C., *Conduction of heat in solid*, Oxford; Clarendon Press, 1959.

10. Wang Y., Papamichos E., Conductive heat flow and thermally induced fluid flow around a well bore in a poroelastic medium, Water Resources Research, 1994, V. 30 (12), pp. 3375–3384.

11. Ghasemi M.F. et al., Coupled Thermo-Poro-Elastic modeling of near wellbore zone with stress dependent porous material properties, Journal of Natural Gas Science and Engineering, 2018, V. 52, pp. 559–574.

 Kirsch E.G., Die theorie der elastizität und die bedürfnisse der festigkeitslehre, Zeitschrift des Vereines deutscher Ingenieure, 1898, V. 29, pp. 797–807.
 Detournay E., Cheng AHD, Poroelastic response of a borehole in a non-hydrostatic stress field, International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts, 1988, V. 25 (3), pp. 171–182.

14. Tao Q, Ghassemi A., Poro-thermoelastic borehole stress analysis for determination of the in situ stress and rock strength, Geothermics, 2010, V. 39(3), pp. 250–259.